

LBRIS

We know
books



Eduard Dăncilă • Ioan Dăncilă

Matematică

de

CONCURS

clasele

a III-a

și a IV-a

Ediția a II-a

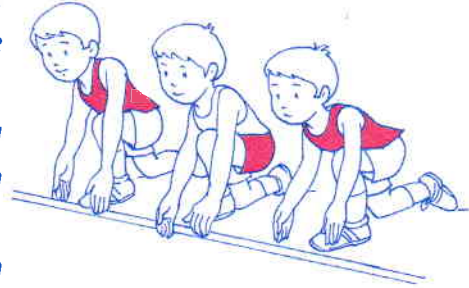
Bibliografie	3
Care sunt argumentele acestei cărți de învățătură?	5
Un răspuns în 60 de secunde!	6
Pasul 2 în rezolvarea unei probleme	14
Ghicește și verifică	16
Desfă problema în probleme mai simple	20
Realizează un desen	24
Caută o regulă	27
Utilizează un număr necunoscut	31
Întocmește o listă	34
Utilizează un raționament direct	38
Utilizează un raționament indirect	41
Trasează o diagramă	44
Utilizează mersul înapoi	48
Utilizează proprietățile numerelor	51
Figurează mărimile și relațiile dintre ele	54
Studiază toate cazurile posibile	58
Principii în matematica claselor primare	63
Principiul balanței	64
Principiul mijloacelor și procedeele minime	69
Principii de numărare	75
Principii ale parității	79
Principiul cutiei	82
Probleme ca la concursuri	84
Set A	85
Set B	107

Un răspuns în 60 de secunde!

Rezolvarea problemelor din acest capitol pretinde abilități achiziționate de un elev considerat de părinți, colegi și de doamna învățătoare bun la matematică. „Îi place să rezolve probleme” sau „Îi place matematica” sunt prezentările făcute de cei din jurul său.

Găsirea, într-un timp foarte scurt, a soluției pentru majoritatea problemelor de mai jos este un indiciu că ești sau poți deveni un învingător la matematică.

Descoperirea soluției unei probleme din acest capitol într-un interval mai lung, după numeroase căutări, nu trebuie să te descurajeze ci, dimpotrivă, să te mobilizeze. „Sunt bun, dar voi fi și mai bun!” trebuie să fie convingerea ta.

**PROBLEME**

- 1 La un turneu de tenis care se desfășoară în sistem eliminatoriu participă 32 de jucători.
Câte partide se joacă până la desemnarea câștigătorului?
- 2 De ce, într-o turmă, oile albe mănâncă mai mult decât oile negre?
- 3 Două automobile situate la distanța de 100 kilometri se îndreaptă unul spre altul cu viteze diferite. Se întâlnesc după o oră și-și continuă drumul.
După cât timp ele se vor afla din nou la distanța de 100 kilometri unul de altul?
- 4 Pe vremuri, la un concurs de tras sănii, aceeași sanie încărcată a fost urnită din loc de două echipaje:
 - unul format din 3 câini Husky și 6 câini Malamut;
 - celălalt format din 4 câini Malamut și 6 câini Husky.Compară puterea de tragere a unui câine Husky cu a unui câine Malamut.
- 5 Un orologiu bate ora 6 în 5 secunde. În câte secunde bate ora 12?
- 6 Suma a două numere naturale diferite este egală cu unul dintre numere.
Cu cât este egală diferența lor?
- 7 Cu cât este egal produsul tuturor cifrelor?

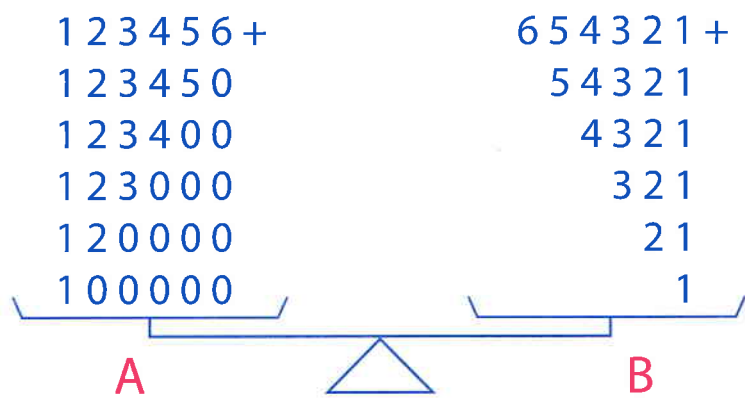
8) Aranjarea de mai jos, alcătuită din trei pahare pline și trei pahare goale trebuie modificată utilizând un singur pahar, astfel încât să obții o aranjare în care alternează paharele pline cu cele goale.



9) Mihai a pornit sâmbătă dimineață spre Cabana Matematicienilor. A mers când mai repede, când mai încet, s-a odihnit de câteva ori admirând priveliștea. Duminică dimineață a plecat de la cabană spre poalele muntelui pe aceeași cărare.

Este adevărat că există pe traseu un punct în care, la un moment dat, Mihai s-a aflat, atât la urcare, cât și la coborâre, în același moment al zilei?

10) Care dintre numerele A sau B este mai mare?



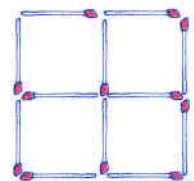
11) Într-o herghelie sunt 984 cai. Un sfert dintre ei trebuie potcoviți. De câte potcoave este nevoie?

12) Dacă rezultatul adunării 12 + 3 4 + 56 este 813, care este rezultatul adunării:

54 + 1 6 + 32 ?

13) Doi oameni s-au apropiat de un râu destul de lat. De unul dintre maluri era legată o barcă ce nu poate transporta decât un singur om. Amândoi au trecut râul cu barca și și-au continuat drumul. Cum a fost posibil?

14) În aranjarea alăturată, mută 4 chibrituri astfel încât să obții 7 pătrate.



15 Care este cel mai mic număr cu suma cifrelor 18?

Dar cel mai mare?

16 Desigur știi că într-un pachet de cărți de joc sunt 26 de cărți de culoare neagră și 26 de cărți de culoare roșie. După ce amestecă bine un pachet de cărți, doi copii, Adrian și Claudiu, își împart în mod egal cărțile din pachet.

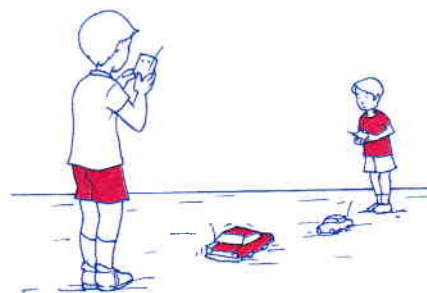
Are, oare, Adrian mai multe cărți de culoare neagră decât Claudiu de culoare roșie?

17 Pe un lac crește un nufăr care în fiecare zi își dublează suprafața pe care a avut-o cu o zi înainte. În 20 de zile, el va acoperi întreaga suprafață a lacului.

După câte zile va acoperi jumătate din suprafața lacului?

18 Mașinuța teleghidată a lui Sandu parcurge 5 metri în fiecare secundă, iar mașinuța teleghidată a lui Victor câte 6 metri în fiecare secundă. Cei doi își îndreaptă mașinuțele, aflate la 110 metri distanță, una spre cealaltă pentru o... inevitabilă ciocnire.

La câți metri distanță se aflau, una față de alta, cele două mașinuțe, cu o secundă înainte de ciocnire?



19 O oală cu capac costă 110 lei. Oala costă cu 100 de lei mai mult decât capacul.

Cât costă oala, cât costă capacul?

20 — Chiar în finalul cursei de 100 metri, l-am depășit pe cel care era până atunci al doilea. Pe ce loc s-a clasat cel care povestește?

21 În familia colegului tău, Mircea, sunt cinci copii. Patru dintre frați se numesc Paf, Pef, Pif și Pof. Cum se numește al cincilea?

22 Pune creionul pe hârtie, trasează trei linii drepte care să treacă prin toate cele patru puncte și să te întorci în punctul din care ai plecat.

x x

x x

23 Diferența a două numere este 35 355. Descăzutul este cu 69 475 mai mare decât diferența. Cât este scăzătorul?

24 Scade numărul alcătuit din 9 mii 9 sute 9 din numărul alcătuit din 12 mii 12 sute 12.

25 Într-un săculeț sunt bile albe și roșii. Oricum am extrage 5 bile, apare cel puțin o bilă roșie. Oricum am extrage 5 bile, în săculeț rămâne cel puțin o bilă roșie.

Câte bile sunt în săculeț?

LIBRIS We know books

26 Într-o cană mare cu lapte se pune o linguriță de cafea luată dintr-o ceșcuță mică. Se amestecă, apoi o linguriță din amestec se pune înapoi în ceșcuța cu cafea.

Ce crezi, este mai multă cafea în laptele din cana mare decât lapte în ceșcuța de cafea? De ce?

27 Scrie în trei moduri, folosind simboluri matematice, că numerele naturale nenule a și b **nu sunt** egale.

28 Dacă $a \times b = 504$ și $b \times c = 396$, cu cât este egal $b \times (a + c)$?

29 Găsește numere naturale care să aibă atât suma, cât și produsul egale cu 10.

30 Care număr împărțit la șesimea sa dă câtul 6?

31 Scrise una sub alta, avem afirmațiile:

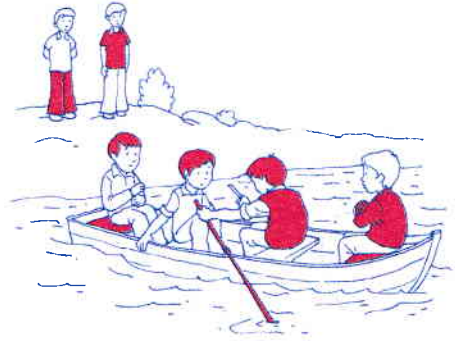
Afirmația următoare este falsă.

Afirmația anterioară este adevărată.

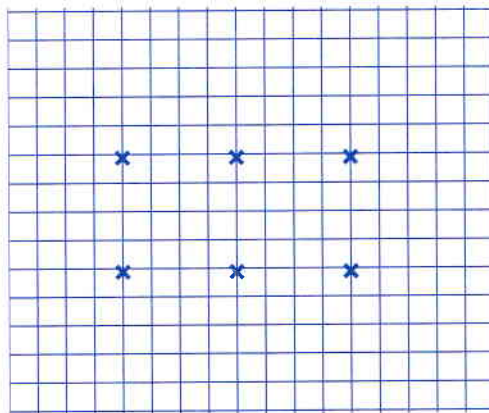
Care dintre cele două afirmații este adevărată?

32 Care dintre numerele: 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17 trebuie eliminate din grup astfel încât suma celor rămase să fie 100?

33 Câte drumuri trebuie să facă o barcă în care încap numai patru persoane pentru a transporta de pe un mal pe celălalt 12 persoane?



34 Cele 6 puncte sunt vârfurile a două pătrate. Mai adaugă două puncte astfel încât cele 8 puncte să fie vârfurile a 4 pătrate.



Îți recomand să citești aceste soluții **numai după** ce ai ajuns tu însuși la un rezultat.

În matematică, foarte puține lucruri îți rămân în minte dacă nu le-ai înțeles singur (sau cu foarte puțin ajutor).

Nu înveți să desenezi uitându-te la un profesor care desenează foarte bine. Nu înveți pianul ascultând un virtuoz. Tot astfel, mi-am spus adesea, nu înveți să gândești ascultându-l pe un om care vorbește și gândește bine.

Trebuie să încerci, să faci, să refaci, până ajungi să stăpânești bine meseria.

Alain

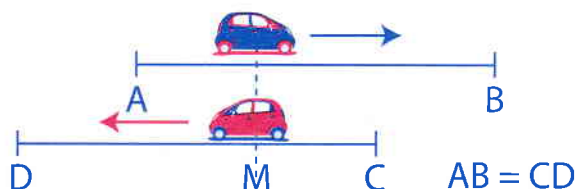
1. Poți să-ți imaginezi desfășurarea turneului în care în primul tur se dispută 16 partide, apoi cei 16 rămași în concurs joacă între ei 8 partide, apoi câștigătorii mai joacă 4 partide, apoi încă 2 partide (semifinalele) și în final o partidă. În total

$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$ partide.

Însă o soluție de viitor învingător se bazează pe următorul raționament: ca să rămână un singur învingător, trebuie eliminați 31 de jucători. Acest lucru se poate face după 31 de partide.

2. Oile nu au un apetit diferit în funcție de culoarea blănii lor. Atunci? Oile albe mănâncă mai mult pentru că, într-o turmă, sunt mai multe!

3. După ce se întâlnesc, într-o oră, cele două automobile vor fi din nou la distanța de 100 kilometri unul de altul. Schema alăturată sperăm să fie lămuritoare!



4. Să punem pe o balanță imaginară, în echilibru, „puterea” a 3 câini Husky + 6 câini Malamut pe un taler, iar pe celălalt taler „puterea” a 4 câini Malamut și 6 câini Husky. Apoi „să coborâm” simultan de pe fiecare taler al balanței 3 câini Husky și 4 câini Malamut. Balanța va rămâne în echilibru, dar pe un taler vor fi 3 câini Husky, iar pe celălalt 2 câini Malamut. Așadar, 3 câini Husky au aceeași putere ca 2 câini Malamut. Evident, un câine Malamut este mai puternic decât un câine Husky.

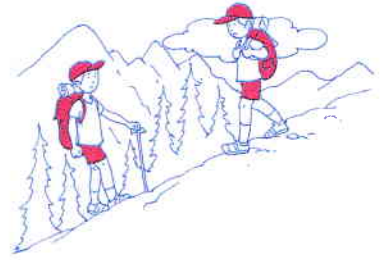
5. Sper că nu te-ai grăbit și ai sesizat că 6 bătăi sunt separate de 5 intervale, deci un interval este de o secundă. Cele 11 intervale dintre cele 12 bătăi ale orologiului însumează 11 secunde.

6. Când suma a două numere este egală cu unul dintre numere? Bineînțeles, când unul dintre numere este 0. Atunci diferența celor două numere este egală cu... unul dintre numere (cel nenul).

7. Sper că nu ai omis din lista cifrelor pe 0. Și atunci, produsul....


8. Ce-ar fi să torni conținutul celui de-al doilea pahar în cel de-al cincilea?

9. Nu te lăsa „furat de peisaj”. Într-adevăr, problema pare nerezolvabilă, dar nu uita că ești și vei fi un învingător. Ce-ar fi să-ți imaginezi că, în timp ce Mihai urcă la cabană, un alt turist coboară de la cabană? Undeva, pe traseu, la un moment dat, se vor întâlni, nu-i așa?



10. Nu trebuie să faci niciun calcul. O observație, de matematician în devenire, îți va permite să vezi că în cele două sume numărul sutelor de mii este același 6, numărul zecilor de mii este același $2 \times 5 = 5 \times 2$, la fel și numărul miilor $3 \times 4 = 4 \times 3$ și tot așa. Așadar, fără a face efectiv calculul, poți constata că sumele A și B sunt egale.

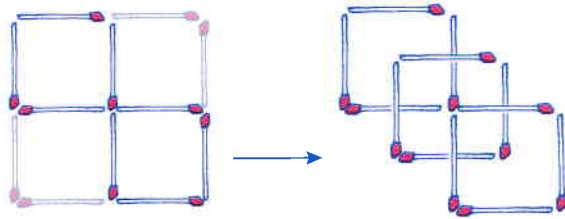
11. Păi câte picioare are un cal? Un sfert din 4×984 cât este?

12. Ai observat? În cele două sume, numărul sutelor este același $1 + 3 +$ , numărul zecilor este același, numărul unităților este același. Rezultatul celei de-a doua adunări este tot 813!

Oare ce cifră reprezintă florica?

13. Ai analizat și în câte moduri se pot apropia cei doi oameni de malurile râului? Sunt amândoi pe același mal? Dacă sunt pe maluri diferite?

14. Și tu ai ajuns la așezarea alăturată?



15. Ce simplă e prima întrebare! Cel mai mic număr este 99.

Cel mai mare număr? Deoarece putem utiliza oricâte zerouri, nu putem ști.

16. Răspunsul este: Adrian are în pachetul său de 26 de cărți același număr de cărți de culoare neagră câte cărți de culoare roșie are Claudiu în pachetul său de 26 de cărți.

Acest răspuns se bazează pe următoarea proprietate:

$26 = 26$ (numărul de cărți negre este egal cu numărul de cărți roșii, adică 26)

Ca să rămână egalitatea valabilă, trebuie să iau din pachetul de cărți negre și să pun în pachetul cu cărți roșii același număr de cărți negre, câte iau din pachetul de cărți roșii și le pun în pachetul de cărți negre. Dar

$26 - a + b = 26 - b + a$, numai dacă $a = b$!

17. Un matematician se caracterizează și prin atenția mărită atunci când citește (ascultă) un enunț. Sper că n-ai răspuns „după 10 zile”! Evident, dacă în 20 de zile va acoperi lacul, acest lucru se datorează faptului că în ultima zi și-a dublat suprafața, deci în a 19-a zi acoperirea jumătate din suprafața lacului.

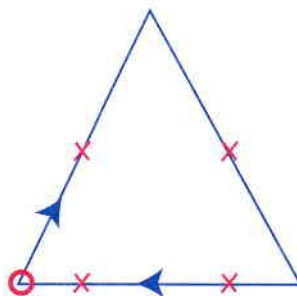
18. Sper că nu te-ai încurcat în calcule! În ultima secundă, înainte de ciocnire, o mașinuță va parcurge 5 metri, iar cealaltă 6 metri. Deci cu o secundă înainte de ciocnire, mașinuțele se află la 11 metri una de cealaltă.

19. Ar trebui să identifici, în minte, cele două numere cu suma 110 și diferența 100. Acestea sunt 105 și 5. Oala costă 105 lei, capacul numai 5 lei.

20. Nu te grăbi să spui „pe primul loc”. Mai era un alergător în fața celui de-al doilea!

21. Nu te lăsa antrenat și păcălit de regula prin care numele fraților lui Mircea conțin aceleași consoane, însă vocale diferite. Al cincilea frate al fraților lui Mircea se numește... Mircea!

22. Evident, numai un triunghi îndeplinește condiția să fie alcătuit din trei segmente și să închidă un contur.



23. Scăzătorul este numărul cu care este mai mare descăzutul decât diferența, adică 69 475.

24. A încerca să scrii numai cu cifre descăzutul și scăzătorul este o pierdere de timp. Cel mai simplu este să observi că după scădere rămân 3 mii, 3 sute, 3, mai simplu scris 3303.

25. Informația: *Oricum am extrage 5 bile, apare cel puțin o bilă roșie* ne indică faptul că în săculeț sunt 4 bile albe. *Oricum am extrage 5 bile, în săculeț rămâne cel puțin o bilă roșie* ne spune că în săculeț sunt 6 bile roșii. Așadar, în săculeț sunt 4 + 6 bile.

26. Răspunsul la această problemă l-a pregătit problema 16. Cantitatea de cafea rămasă în cana cu lapte este aceeași cu cantitatea de lapte pusă în ceșcuța de cafea.

27. N-ai uitat de operația de împărțire... Scriem:

$$a \neq b; a - b \neq 0; \text{ sau } a : b \neq 1$$

28. O proprietate

$$b \times (a + c) = a \times b + b \times c$$

și simpla adunare

$$504 + 396 = 900 \text{ (se poate face în minte)}$$

te duc la rezultat.

29. Din nou, proprietățile operației de înmulțire îți vor fi de folos:

$$1 + 1 + 1 + 2 + 5 = 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 5$$

30. Orice număr nenul împărțit la șesimea lui dă câtul 6. Verifică.

31. Dacă prima afirmație ar fi adevărată, deci a doua afirmație ar fi adevărată, ajungem la o contradicție.

Dacă prima afirmație ar fi falsă, înseamnă că a doua afirmație este adevărată – din nou o contradicție. Așadar, niciuna dintre afirmații nu poate fi adevărată.

32. Rezolvarea acestei probleme (contra cronometru) spune multe despre abilitățile tale privind matematica. Sper că nu te-ai apucat să ghicești!

O metodă de adevărat învingător este următoarea:

Aduni cele 12 numere, dar nu oricum, ci grupând

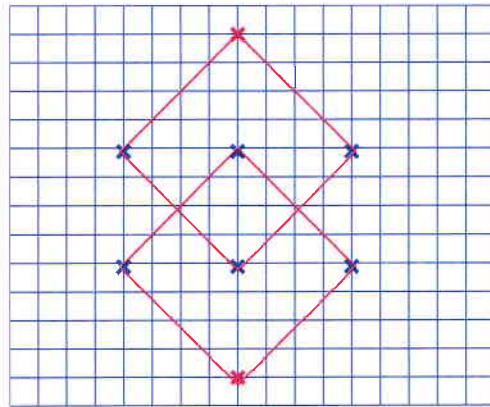
$3 + 17$, $4 + 16$, $6 + 14$, $7 + 13$, $9 + 11$,

deci de cinci ori câte 20 (adică 100) și, în fine, $8 + 10 = 18$.

Cum suma celor 12 numere este mai mare decât 100 cu 18, înseamnă că trebuie eliminate numerele cu suma 18. Aparent, acestea sunt 8 și 10. Dar, dacă te uiți cu atenție, vei vedea că poți elimina și 14 și 4.

33. Inițial pleacă patru persoane, dar barca trebuie să se întoarcă la locul de plecare cu un vâslaș, astfel că după trei curse dus-întors pe malul de plecare mai sunt 3 persoane care vor fi transportate cu o cursă dus (ultima).

34. Să nu-mi spui că nu se poate! Privește desenul de mai jos.



Pasul 2 în rezolvarea unei probleme

Desigur, doamna învățătoare te-a învățat că pentru rezolvarea unei probleme se parcurg patru pași. Să-i recapitulăm împreună:

Pasul 1: Înțelege problema

- Ai înțeles toate cuvintele din enunț?
- Poți să redai problema cu propriile cuvinte?
- Știi ce se dă?
- Știi ce se cere?
- Ai suficiente informații (date)?
- Sunt informații de care nu ai nevoie?
- Ai mai întâlnit probleme asemănătoare?



Pasul 2: Fă-ți un plan

Indiscutabil cel mai important pas.

Capacitatea ta de orientare adecvată în problemă, capacitatea de percepere, reprezentare și operare cu forme și relații spațiale, ușurința cu care treci de la un mod de rezolvare la altul, experiența ta sunt puse în valoare atunci când îți alegi modul de acțiune în rezolvarea problemei.

În clasele primare, pentru un copil bun la matematică, sunt utile următoarele moduri de a ști să mergi până la capăt. Artă de a merge până la capăt adulții o numesc *strategie*.

1. Ghicește și verifică.
2. Desfă problema în probleme mai simple.
3. Realizează un desen.
4. Caută o regulă.
5. Utilizează un număr necunoscut.
6. Întocmește o listă.
7. Utilizează un raționament direct.
8. Utilizează un raționament indirect.
9. Trasează o diagramă.
10. Utilizează mersul înapoi.
11. Utilizează proprietățile numerelor.
12. Figurează mărimile și relațiile dintre ele.
13. Studiază toate cazurile posibile



Acest „pas 2” este fără îndoială cel mai dificil, marchează un punct critic în rezolvarea unei probleme. Tu trebuie să găsești în enunțul problemei indicii care să-ți îndrepte alegerea spre modul sau îmbinarea de moduri prin care ajungi la soluție.


Până la urmă, în rezolvarea oricărei probleme ai nevoie atât de artă cât și de știință în folosirea indicilor.

De aceea, în cele ce urmează, vom învăța împreună să căutăm indicii care să se îndrepte spre un anumit mod de rezolvare, să găsim și să aplicăm în funcție de necesități unul sau mai multe moduri de rezolvare.

Pasul 3: **Utilizează planul făcut**

- 
- Scrive operațiile matematice adecvate și efectuează cu mare atenție calculele.
 - Scrive cu luare-aminte propozițiile de răspuns.

Pasul 4: **Întoarce-te la enunț**

- 
- Răspunsurile găsite satisfac condițiile problemei?
 - Nu există o soluție mai simplă?
 - Poți extinde rezolvarea problemei pentru un caz mai general?

În paginile următoare, răspunzând atracției tale pentru problematică, vom aborda toate cele 13 moduri accesibile unui copil de ciclul primar, bun la matematică, rezolvând împreună o **PROBLEMĂ** model și propunând spre rezolvare alte cinci. Așa credem noi că se pot cultiva aptitudinile la matematică ale viitorilor învingători, încă din primii ani de studiu.